École supérieure du professorat et de l'éducation
Académie d'Orléans-Tours

UNIVERSITE D'ORLEANS

Patrick WIERUSZEWSKI

Université Orléans, GCD de Mathématiques

RESOLUTION de PROBLEMES à l'ECOLE : une étude de quelques questions d'enseignement spécifiques et récurrentes aux cycles II et III

ORLEANS, amphi Fbg Bourgogne, novembre 2014
CHATEAUNEUF sur LOIRE, espace Florian, janvier 2015.

CADRE et LIMITES de cette « animation-conférence »

- Cycles II et III : on va donc du CP au début du collège… *Commentaires …*
- Incontournable : un petit tour du côté des programmes, du côté de certaines pratiques et surtout du côté des MATHEMATIQUES, quelques références bibliographiques (*Se reporter à la fin de ce diaporama*) , … Les questions initiales : *Cf. diapositive suivante*.
- Nécessité d'ateliers complémentaires à suivre, avec quelques « friandises » à déguster… *Commentaires…*
- Expérimentation proposée : « Le Problème de la Semaine ».
- Débat et questions : en cours de route… *Commentaires…*

Les questions initiales à prendre en charge

1) Qu'est ce qu'un (*bon !*) problème (*dans le cadre de la scolarité obligatoire*) ?

2) Sa « place » dans les programmes : « *hier, aujourd'hui, demain »*.

3) Le « POURQUOI » de la résolution de problèmes ? *Bien avant la question du « COMMENT » !*

4) Du côté des procédures : un exemple et une analyse. Une classification et une typologie des problèmes.

5) Une « démarche » de résolution de problèmes.

6) Un inventaire et quelques éléments d'analyse de difficultés potentielles rencontrées par les élèves dans la résolution d'un problème. *Débats…*

Quelques problèmes d'*AVANT* ou de « *dans le temps* » !

C'est parti pour les premières « FRIANDISES »

(*Académie de Montpellier, "circonscription" de Carcassonne, au programme du "Certif" de* ***1906*** *!*)

1) *On a soigné en 1894, 94 000 aliénés dans les maisons de santé (**!**). Sachant que 1/4 de ces malheureux sont devenus fous (**!**) par suite de l'abus de boissons alcooliques, cherchez combien l'alcool a couté à l'Etat, un aliéné occasionnant une dépense moyenne de un Franc par jour.*

2) *Un marchand de vin a acheté 136 litres de vin à 2 Francs le litre ; mais craignant que ses « pratiques »* (ou clients) *ne trouvent le prix trop élevé, il s'avise d'y mettre de l'eau afin de pouvoir le vendre 1,60 Franc. Combien de litres d'eau doit-il mettre dans son vin ?*

__Beaucoup plus fort !!!__

3) *Un ouvrier qui avait la triste habitude de travailler le dimanche, augmentait son gain annuel de 30/365 de ses revenus, évalués à 1 095 Francs. Après cinq ans d'un travail continu, cet ouvrier fait une longue maladie et dépense alors la somme de 1 200 Francs pour se faire soigner.*

Quelle est la perte matérielle qui résulte de cette infraction à la loi divine ? (**!**)

__Sympa le conférencier : il donne les réponses !__

1) *8 577 500 Francs,* ***2)*** *34 Litres et* ***3)*** *750 Francs*

*__Note de **PW**__*. On peut retrouver et produire à l'envie quantités de tels exemples, tant pour le Primaire que pour le Secondaire. *Commentaires…*

__On avance__ ! Après un saut : on se retrouve au début des années 1990. Le problème, *c'est le cas de le dire*, c'est que le problème va se « compliquer » !

« **La Vache et le Paysan** », en hommage à Hervé Péault et *bien évidemment* à Fernandel (« *La Vache et le Prisonnier* ») ! *Voyons-voir si je peux me frayer un chemin vers la solution à l'aide « de la réflexion et du jugement », comme en 1866.*

Un paysan se rend au comice agricole de son canton. Il achète une vache 500 €. Il la revend 600 €. Se ravisant, il la rachète 700 €. Finalement, il la revend 800 €.

- A-t-il gagné de l'argent et, dans ce cas, combien ?
- A-t-il perdu de l'argent et, dans ce cas, combien ?
- Ou n'a–t–il rien gagné ou rien perdu ? __Justifier !__

Résultats des réponses des 113 étudiants interrogés, M1 et M2 du Master Meefa :

ponses des udiants	Perdu 1000 €	Perdu 400 €	Perdu 300 €	Perdu 200 €	Perdu 100 €	Ni Gagné ni Perdu	Gagné 100 €	Gagné 200 €	Gagn 300
fectifs	**1**	**1**	**1**	**3**	**1**	**13**	**46**	**44**	**3**

La bonne réponse est « le paysan a gagné 200 € ».

39 % de bonnes réponses et 61 % de mauvaises réponses. Aie, aie, aie !

- Il s'agit ici d'un problème de compositions de transformations, au sens rgnaud. Si le paysan achète une vache 500 € puis la revend 600 €, il gagne 100 is s'il la rachète 700 € et la revend 800 €, il gagne encore 100 €. Au total, le pays agné 200 €.
- Si on modélise algébriquement le problème avec une équation on obtient alo appelant $\boldsymbol{x}$ la somme possédée « au départ » : $\boldsymbol{x} - 500 + 600 - 700 + 800 = \boldsymbol{x} + 2($ ù la réponse !

*Remarque **PM** et **PW***. Les problèmes dits de compositions de transformations qui, normalement, sont vus à l'école primaire ne sont pas acquis pour une grande majorité des étudiants *PE*. De fait, trop souvent, ces problèmes sont « oubliés », entre autres, dans l'enseignement au primaire. On peut donc prévoir d'observer alors certaines conséquences sur les connaissances des élèves au collège, au lycée et bien plus tard en Master !

Il y a d'autres exploitations de ce mini-test ; mais il a paru suffisamment significatif, sans autre forme plus poussée d'étude statistique, pour la population étudiée et met en évidence des difficultés, non explicites, liée à la résolution de problèmes additifs.

La modélisation de Vergnaud fournit ainsi un outil puissant d'analyse et d'évaluation de certaines compétences liées à la résolution de ce type de problèmes.

Finalement, résoudre un problème additif ne se réduit pas à faire la « course » à la bonne opération : addition ou soustraction ? Et ce, indépendamment des techniques opératoires à mobiliser pour effectuer ces calculs !

Qu'est-ce qu'un **problème**, dans le cadre scolaire ?
Jean Brun, Revue (*suisse*) Math-Ecole, n°41

« C'est une « situation initiale » (*au sens large ?*), avec un **but** à atteindre demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but ».

« Il n'y a PROBLEME que dans un rapport « sujet – situation » où la solution n'est pas (*nécessairement*) disponible d'entrée, mais elle est possible à construire ».

*Commentaires **PW.***

(i) Une même « situation » peut être un problème pour un élève et ne l'est pas pour d'autres.

(ii) D'autres acceptions, sur le territoire de la psychologie convergent vers cette « définition », qui demande quand même quelques explicitations : « *(…) il faut découvrir des relations, développer des activités d'explorations, formuler des hypothèses, vérifier la ou les solutions produites et enfin mettre en forme cette ou ces solutions (…)* ».

(iii) Ne pas « mélanger » situation, mot équivalent au mot problème, au sens de J. Brun et « situation-problème » au sens des didacticiens…

Question « sensible » : « POURQUOI (*faire*) RESOUDRE des PROBLEMES » aux ELEVES en situation scolaire ?
(La question du « COMMENT » n'est pas encore d'actualité)

Hypothèse(s)

- (*Sous forme d'une question*) Quelle « culture » pour le *PE* ou le *PLC* ?
- Le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre
- La résolution de problèmes dans la construction des connaissances permet de donner du sens aux apprentissages, grâce à des actions finalisées mettant l'élève en activité.

Commentaires(s)

Il faut donc se mettre d'accord sur : « donner du sens », « actions finalisées » et « mise en activité ».

Le contexte est défini, il ne reste plus qu'à le décliner…

Un problème « *emblématique* » pour débattre de la notion de procédures (*au sens des programmes 2002*)

<u>*Enoncé*</u>. On sait que ***n*** personnes viennent de monter dans un autobus. Il y a maintenant ***m*** personnes dans cet autobus. Combien de personnes y avait-il juste avant ?

<u>*Note de **PW***</u>. On a : ***m*** > ***n***. *Ouf* !

<u>*Consigne*</u> : donner, a minima, trois procédures de résolution de ce problème. Analyser ces procédures. *Sans augurer d'autres difficultés « environnantes » au problème.*

P1. Non reconnaissance d'un problème additif, mais réussite, grâce à diverses représentations schématiques.

P2. Reconnaissance d'un problème additif du type « *addition à trou* » de la forme ***n*** + … = ***m*** (*une modélisation*). Résolution par « essais - erreurs – ajustements ».

P3. Reconnaissance directe d'un problème relevant de la soustraction. Résolution par plusieurs techniques.

Quelques analyses et commentaires ***PW***

- Pour chacune des trois procédures, il existe un réel « travail » mathématique.
- Les procédures *P1* et *P2* étaient qualifiées de procédures personnelles et la procédure *P3* de procédure experte, au sens des programmes 2002.
- Le « passage » *P2/P3* constitue une rupture, au sens où c'est la nécessité d'une expérience scolaire qui va valider une « *équivalence* » entre les deux procédures : on bascule alors dans une expertise mathématique. *En effet, il y a équivalence entre la recherche de la valeur d'un retrait et la recherche d'un ajout.*
- Au fait, entre nous, quelle définition donner à la différence arithmétique dans le cadre d'un calcul ?
- Le temps d'apprentissage est long : d'où, hypothèse, il est optimisé par une grande fréquentation de problèmes de toutes sortes.

Une liste de problèmes numériques de la GS au CE et plus : résolutions, analyses, synthèses, … Essais de classifications…

1. Dans une boîte de jeu, il y a ***n*** jetons rouges, ***m*** jetons verts et ***p*** jetons jaunes. *Question* : combien ? … Idem pour les bouquets de fleurs, à plus de deux couleurs…
2. Ma sœur a ***n*** ans de plus (ou de moins) que moi. J'ai ***m*** ans. *Question* : âge de ma sœur ?
3. Juliette a entamé la boîte de chocolat : elle en a mangé ***n***, il en reste ***m***. *Question* : nombre de chocolats ?
4. Avant la récréation, Luc avait ***n*** billes ; après il en a ***m***. *Question* : gain ou perte ?
5. Jean-Berky achète un objet qui coûte ***n*** euros en solde. La remise vaut ***m*** euros. *Question* : prix de l'objet avant la remise ?
6. Dans un jeu de ***n*** cartes, j'en distribue ***m***. *Question* : combien ?

Modélisation de VERGNAUD : « pistes »

<u>*HYPOTHESE*</u>. La difficulté d'un problème ne réside pas dans l'opération que requiert sa solution. [. . .] La plupart des chercheurs retiennent ainsi deux types de caractéristiques : la structure (*mathématique ou relationnelle*) des problèmes (*mise en évidence du type de relations qui lient les éléments du problème*), la formulation des énoncés (*ordre de présentation des données, temps des verbes, emplacement de la question*).

<u>*Une REPONSE*</u>. G. VERGNAUD propose une approche théorique dont différentes recherches ont révélé la pertinence. Il dit que l'apprentissage des problèmes additifs et celui des problèmes soustractifs sont **liés** et qu'il en est de même pour les problèmes de multiplication et de division.

JC Lebreton et P Wieruszewski 10

Quelques mots sur la modélisation de Vergnaud.

IMPORTANT ! Il s'agit d'un MODELE, presque d'une THEORIE. Ce modèle n'a pas vocation à être transposé dans l'enseignement tel quel. Il s'agit d'un OUTIL d'analyses des problèmes additifs et des problèmes multiplicatifs, au sens de Vergnaud. *Repris dans ERMEL…*

Etude d'un exemple.

La solution arithmétique à un problème est donnée par le calcul « 43 – 18 ». *On va faire simple !*

Indépendamment du résultat (= *calcul effectif de la valeur de cette différence non encore calculée*), on va chercher à produire des énoncés de problèmes, tous distincts d'un point de vue de leur structure relationnelle, dont la solution est cette différence. C'est parti…

On peut retenir quatre types de problèmes additifs :

(***i***) <u>les problèmes dits de **composition**</u>. Deux états sont combinés pour obtenir un troisième. (« Tout » et « Parties »). Les problèmes présentent une situation statique.

(***ii***) <u>les problèmes dits de **transformations**</u>. Les problèmes sont « composés » d'un état initial, d'un état final et d'une transformation (positive ou négative) qui permet de passer de l'un à l'autre. La situation est plutôt dynamique.

(***iii***) <u>les problèmes dits de **comparaison**</u>. Deux états sont présentés. L'écart entre les deux est quantifié. On emploie souvent les expressions (*tant de plus que, ou tant de moins que ou autres locutions du même genre…*).

(***iv***) <u>les problèmes dits de **composition de transformations**</u> Deux transformations se succèdent pour en former une troisième. On ne connaît pas les états initial, intermédiaire, final. Situation dynamique.

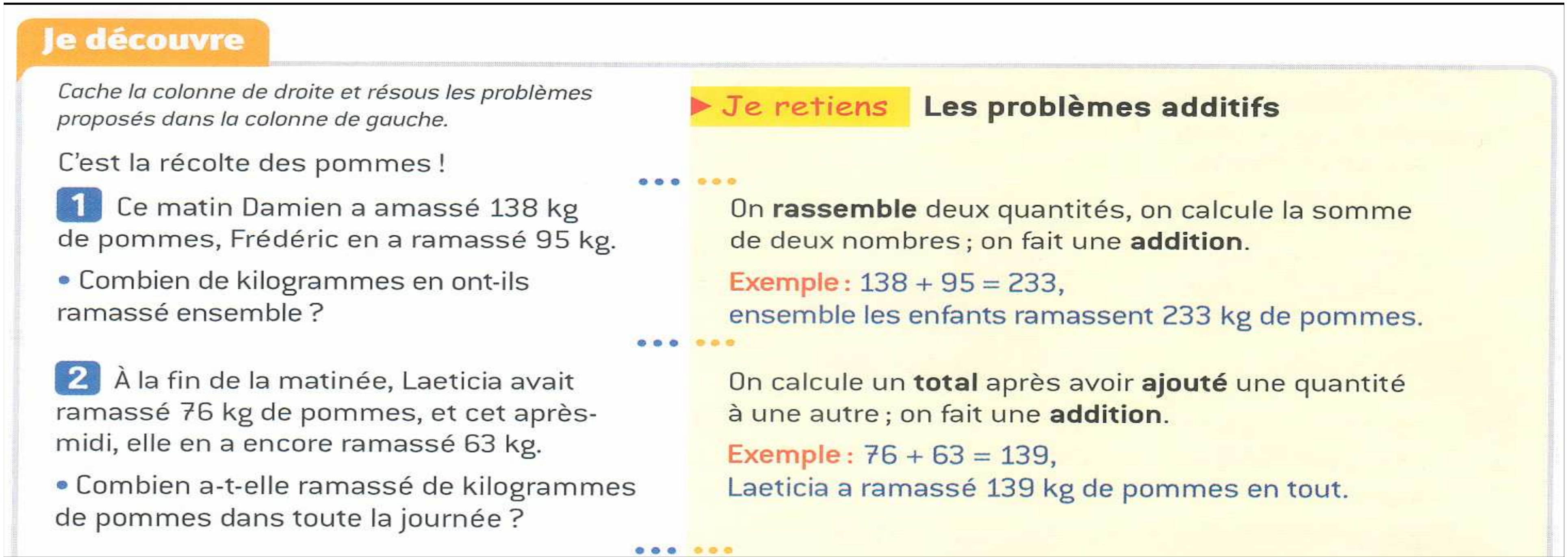
*<u>Note de **PW**</u>. Pour chacune de ces catégories, on peut identifier des sous-catégories. On ne va pas se lancer !*

Bon d'accord, mais d'un point de vue pratique, qu'est-ce qu'on fait dans les classes ?

Un principe ! On n'enseigne pas telle quelle la modélisation de Vergnaud !!! Attention !

Par contre, on fait « *fréquenter* » des problèmes où les structures relationnelles distinctes donnent des calculs identiques à effectuer.

« La Clé des Maths », CM1, leçon 2, éditions Belin, 2009


Je découvre

Cache la colonne de droite et résous les problèmes proposés dans la colonne de gauche.

C'est la récolte des pommes !

1 Ce matin Damien a amassé 138 kg de pommes, Frédéric en a ramassé 95 kg.

• Combien de kilogrammes en ont-ils ramassé ensemble ?

2 À la fin de la matinée, Laeticia avait ramassé 76 kg de pommes, et cet après-midi, elle en a encore ramassé 63 kg.

• Combien a-t-elle ramassé de kilogrammes de pommes dans toute la journée ?

Je retiens **Les problèmes additifs**

On **rassemble** deux quantités, on calcule la somme de deux nombres ; on fait une **addition**.

Exemple : 138 + 95 = 233,
ensemble les enfants ramassent 233 kg de pommes.

On calcule un **total** après avoir **ajouté** une quantité à une autre ; on fait une **addition**.

Exemple : 76 + 63 = 139,
Laeticia a ramassé 139 kg de pommes en tout.

3 Leïla a ramassé 121 kg de pommes, mais elle en a mangé 2 kg tout en cueillant !

- Combien lui reste-t-il de kilogrammes de pommes ?

On calcule ce qui **reste** après avoir **retiré**, **enlevé** une quantité ; on fait une **soustraction**.

Exemple : 121 – 2 = 119, il reste 119 kg de pommes à Leïla.

4 Dans toute la journée, Sophia a ramassé 240 kg de pommes, dont 125 kg l'après-midi.

- Combien de kilogrammes de pommes Sophia a-t-elle ramassé le matin ?

On calcule le **complément** pour aller d'un nombre à un autre, l'**écart**, la **différence** entre deux nombres ; on fait aussi une **soustraction**.

Exemple : 240 – 125 = 115, Sophia a ramassé 115 kg de pommes ce matin.

5 Katia a ramassé 56 kg de pommes, et Cédric 22 kg de plus.

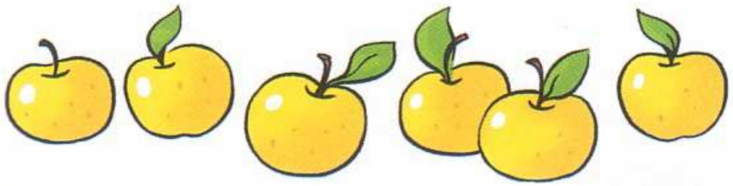
- Combien de kilogrammes de pommes a ramassé Cédric ?

Lorsqu'on fait une **comparaison**, on doit se demander avant de choisir l'opération si le nombre cherché est plus grand ou plus petit que celui qui est donné.

Exemple : Cédric a ramassé une quantité de pommes plus grande que celle de Katia, donc on va additionner 56 et 22. Cédric a ramassé 56 + 22 = 78 kg de pommes.

6 Marika a ramassé 112 kg de pommes, c'est 25 kg de plus que son frère Karim.

- Combien de kilogrammes de pommes a ramassé Karim ?



Attention, il ne faut pas se contenter de chercher dans l'énoncé « **de plus** » ou « **de moins** » pour choisir la bonne opération.

Exemple : Karim a ramassé moins de pommes que sa sœur Marika, donc malgré le « de plus » dans l'énoncé, on va faire une soustraction. 112 – 25 = 87 kg, Karim a ramassé 87 kg de pommes.

On avance…

Point faible (*?*) de ce qui a déjà été dit : quid de la *GEOMETRIE*, quid des *GRANDEURS et MESURES*, et aussi quid du domaine *OGD*, *ah oui*, bref, on est encore loin du compte !

Justement, on va en parler. Ouf !

On continue : vers des démarches de résolution

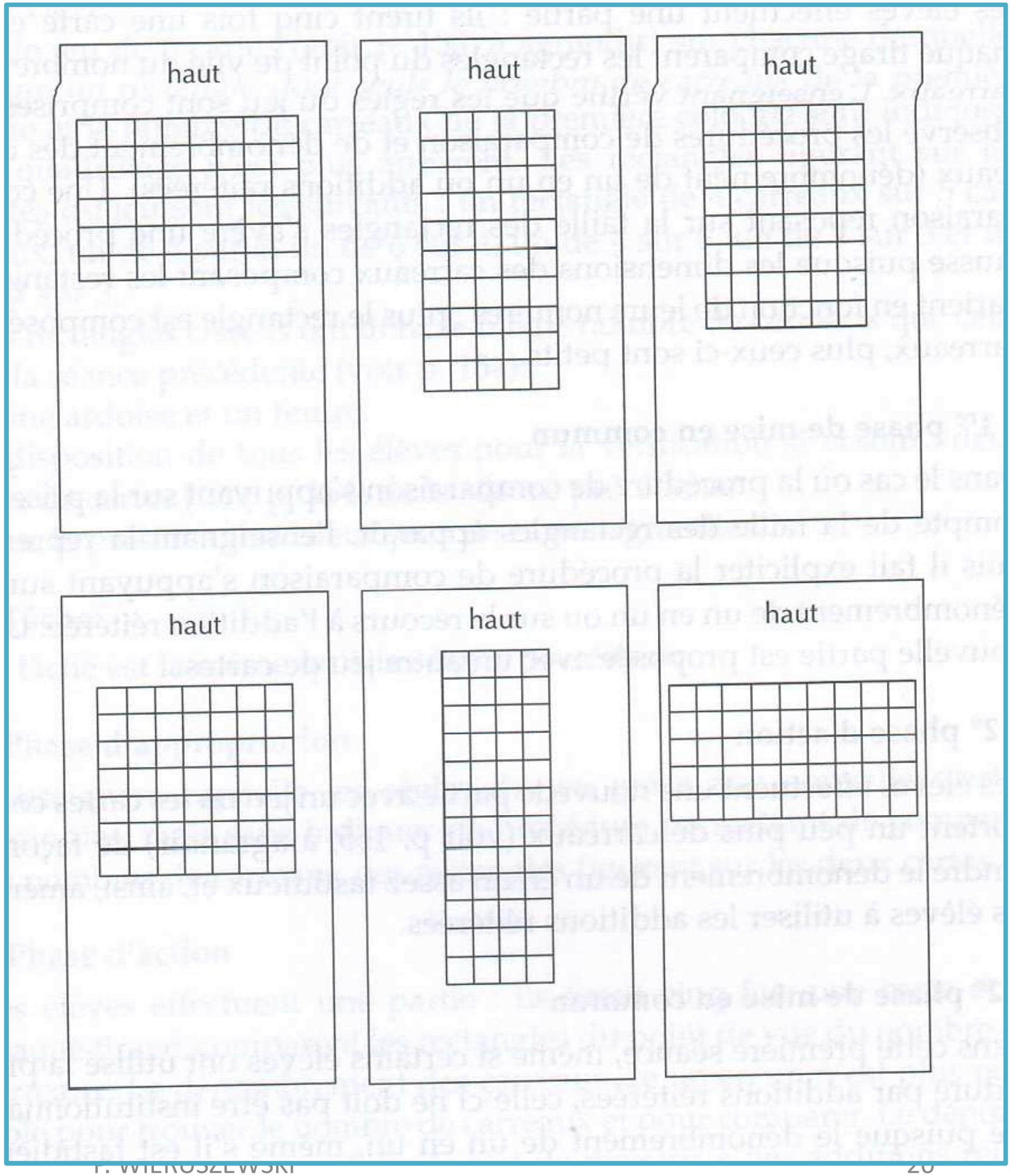
Quelques « problème-supports » (*relevant plutôt du cycle III*) pour tenter de faire émerger, voire de définir des caractéristiques *(« type de problèmes », objectifs, procédures de « résolutions », visées d'apprentissage, …*) de ce qu'est un problème de Mathématiques pour un *PE*, avant de voir ce qu'on va en faire en classe pour les élèves.

C'est l'occasion : introspection du *PE* ou du *PLC*, on se donne le temps de réfléchir…

PB1. « *La Bataille des Rectangles* », CE1 et CE2 (*FENICHEL et al*).

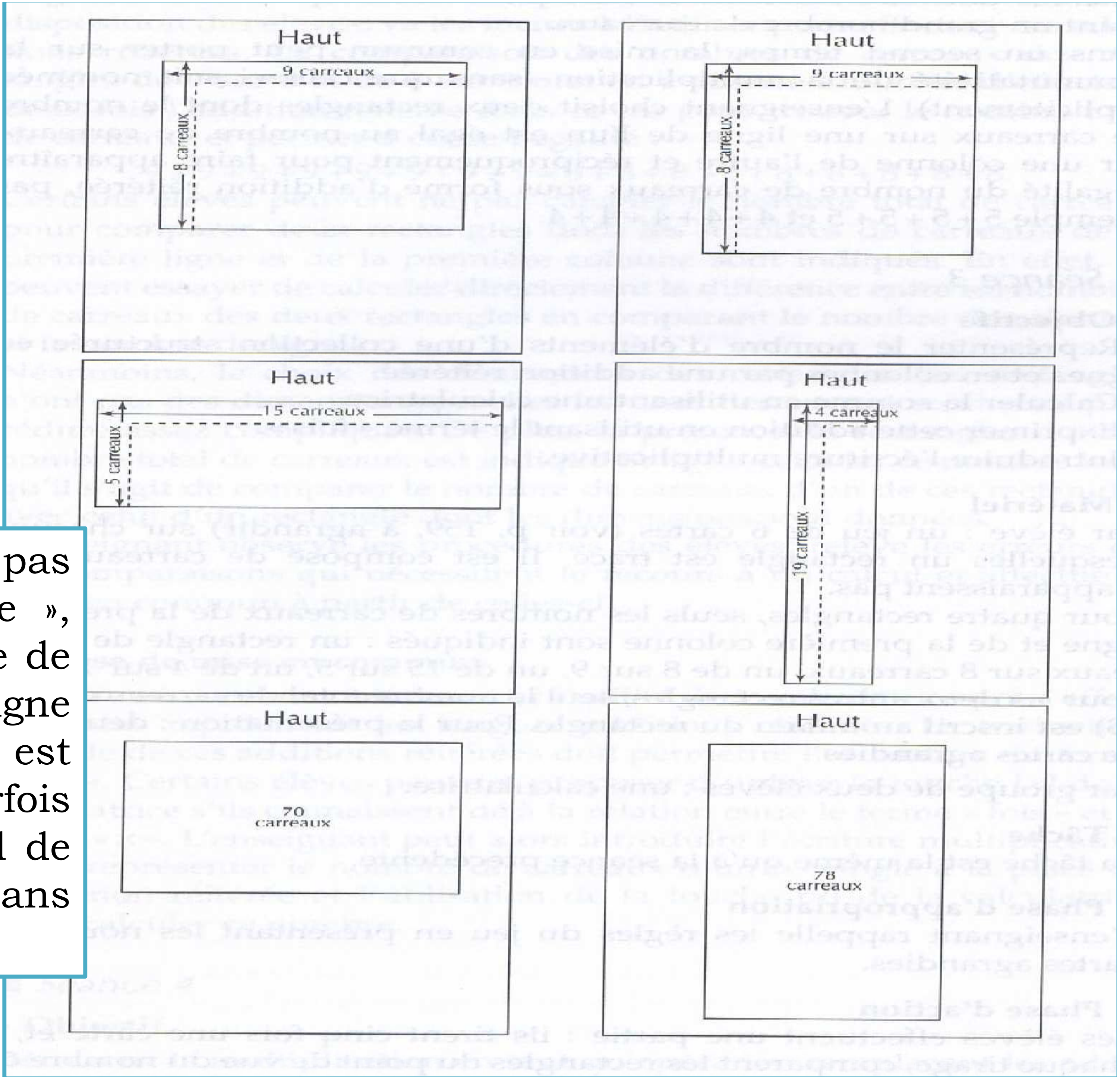
<u>*Jeu à deux*</u>. On joue à la « bataille » avec un jeu de six cartes, au départ.

L'élève ayant la carte sur laquelle le rectangle contient le plus grand nombre de petits carreaux remporte les deux cartes et les met sous son paquet et la règle continue.



PB1 (*suite*), avec le nouveau « jeu de cartes » ci-contre. Même type de tâche.

Il n'y a pas le « quadrillage », mais le nombre de carreaux par ligne et par colonne est indiqué ou parfois le nombre total de carreaux, sans être dessinés.

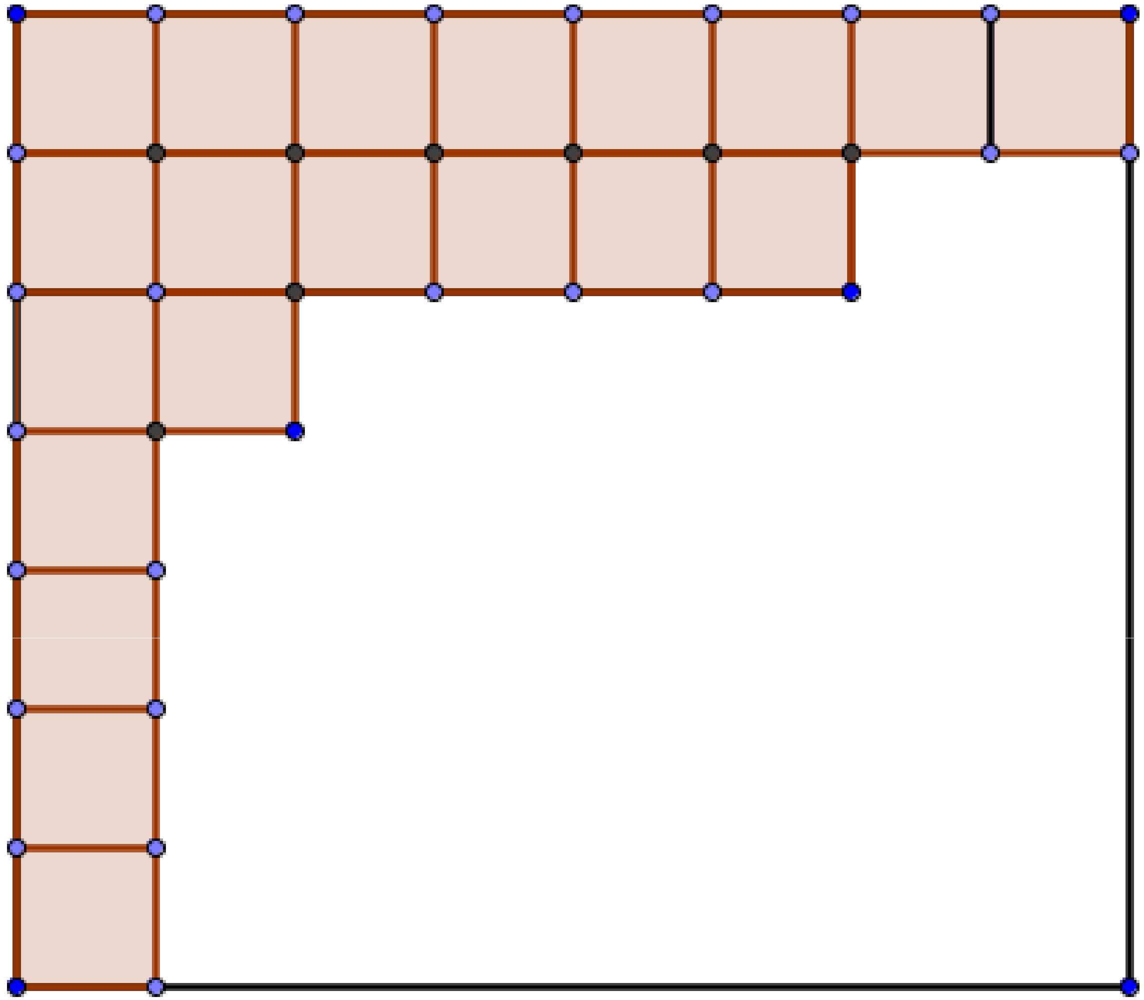


PB2. Niveau CM,
Revue Grand IN

<u>**Le Carrelage**</u>

Voici le plan d'une chambre (*rectangulaire*) dont le sol doit être carrelé.

On sait qu'il faut <u>trois heures</u> pour poser les petits carreaux coloriés.



Combien de temps faut-il à un (*bon !*) apprenti-carreleur pour terminer l'ouvrage ?

PB3 . <u>La PESEE des NOMBRES</u>. (« *Points de Départ* », *revue Grand IN*). Cycle II et cycle III.

On appelle « *poids d'un nombre* » le nombre obtenu en ajoutant ses chiffres, *quelle idée* ! *Exemples* …

Trouver un nombre de « poids » 27, quel est le plus petit nombre qui « pèse » 30 ? Inventer d'autres questions « pertinentes » …

PB4 . <u>Le GOLF MATHEMATIQUE</u>. (*Source : Ermel*)

Règles du « jeu » :

- Choisir des « fonctions » numériques : ***Aj n*** et ***Ret m***
- Choisir un nombre de départ ***D*** et une nombre-cible ***A*** (*nombre d'arrivée*).
- Atteindre la cible ***A***, en partant de ***D***, en « concaténant » les fonctions choisies.

<u>Exemple</u> : ***D*** = 5 et ***A*** = 29. Mettre en forme la suite des instructions en utilisant les « fonctions » ***Aj 9*** et ***Ret 6***.

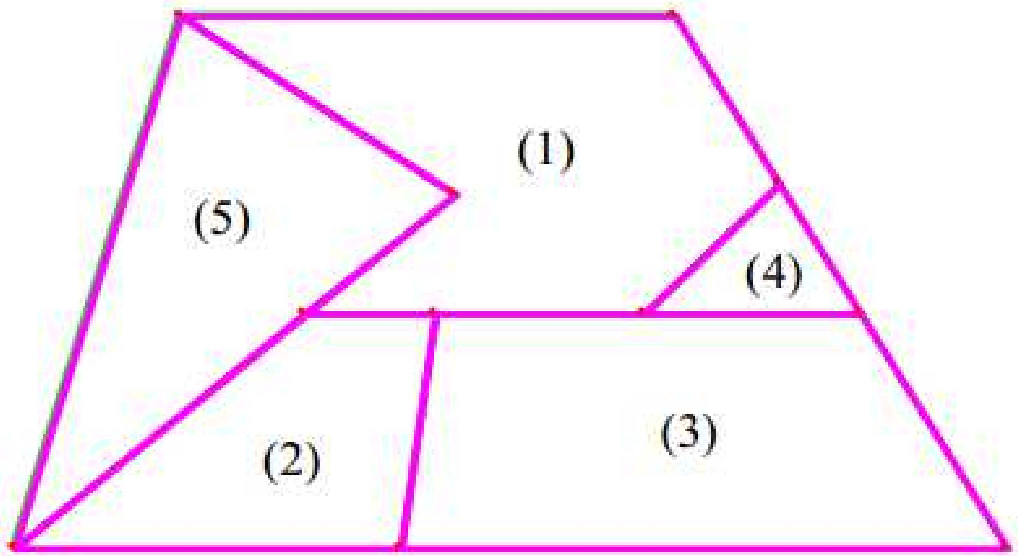
PB6 . *Avec un quadrillage*. Cycle II et cycle III.

On se place dans un quadrillage (*réseau à maille carrée*). Construire dans ce quadrillage un carré d'aire ***n***. (Note de *PW*. Il faut choisir et affecter de « bonnes » valeurs pour ***n*** : surtout pas 4, 64, … mais plutôt : 32, 128, …). Pourquoi ?

PB7. Miam, miam…

MATERIEL autorisé :

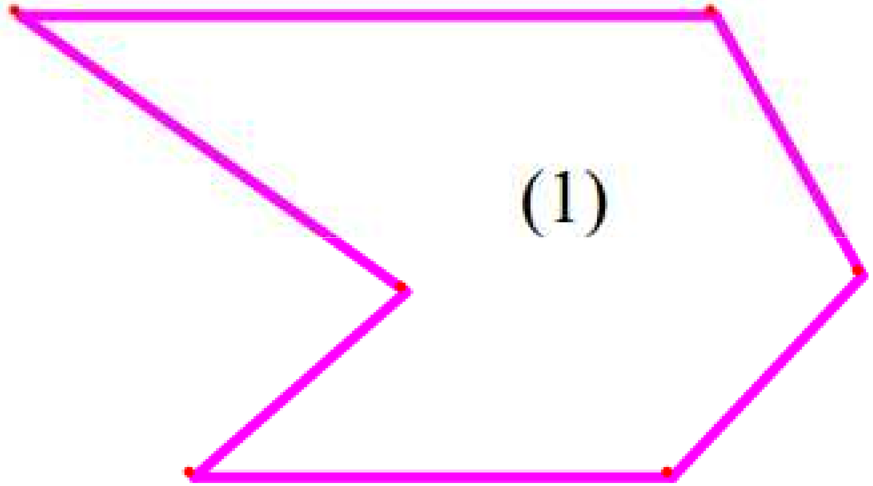
- Un crayon (*bien taillé*)
- Une règle NON graduée.



<u>CONSIGNE :</u>

A l'aide du matériel autorisé,
reproduire ce PUZZLE, sachant qu'on ne dispose que de la pièce n°(**1**) ci-contre. (*Laisser les traces de construction*).

MJ PERRIN, IUFM,Lille



Bon, on peut maintenant tenter de catégoriser.
Deux entrées : par types ou par procédures…

- Les PROBLEMES qui visent la construction d'une nouvelle connaissance (Les « situations-problèmes » dans le cadre de la ***TSD*** de Brousseau) . *Quel(s) problème(s) dans la liste ?*

- Les PROBLEMES dits « scolaires » qui ont pour fonction d'assurer des connaissances, de réinvestir des connaissances déjà « travaillées » : application ou réinvestissement. *Quel(s) problème(s) dans la liste ?*

- Les PROBLEMES dits « complexes » dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances. *Quel(s) problème(s) dans la liste ?*

- Les « PROBLEMES-OUVERTS ». Problèmes centrés sur le développement des capacités à « chercher ». *Quel(s) problème(s) ?* Sans oublier les « rallyes maths » ou les « défis » et surtout le « Problème de la Semaine ». *(To be followed…)*

Une autre entrée par les PROCEDURES de résolution

« Situation-Problème »	Résolutions « *partielles* », vers l'acquisition d'une *nouvelle* connaissance.
Problème « scolaire »	Résolution par application d'une « technique » apprise.
Problème de réinvestissement	Résolution par « étapes », avec ou sans « *changement de cadre* ». *What's that ?*
« Problème-Ouvert »	Résolution informelle sans méthode pré-définie, par induction(*s*), exploration(*s*), voire déduction(*s*), sans nécessairement trouver « LA » (ou les) solution(s).

C’est parti pour the DEBAT !

Une « méthodologie » de résolution de problèmes : ce qu’on peut lire dans (*beaucoup*) de manuels.

- On souligne ou surligne les mots importants… On cherche dans le dictionnaire la signification des mots « inconnus »…
- On cherche, on choisit la « *bonne* » opération…
- On « fait » un dessin, un « schéma » de la situation…
- On prépare sa fiche de travail : partie « *brouillon* », partie « *propre* », …
- On met en forme et on rédige *LA solution* au « propre », sans faire de fautes d’ortograf, ouf… Et voilà…

Application : on s’intéresse aux *problèmes Pbi* des diapositives précédentes.

Les « principes » méthodologiques énoncés ci-dessus s’appliquent-ils aussi naturellement, voire, « facilement » à ces *problèmes* ? DEBAT !!!

Bon, alors, on fait quoi (*bis*) dans la classe ?
On fait « beaucoup », dans des <u>dispositifs différenciés</u>.

<u>PROBLEME « simple » d'application directe</u> : quotidien ! Importance du contrat de classe, dans le cadre des évaluations « usuelles ». *Pas d'exemples, encore que…*

<u>PROBLEME « complexes »</u> : hebdomadaire, avec une accent mis sur la « rédaction ». Proposer plusieurs démarches, plusieurs solutions, … *<u>Exemples</u> : …*

<u>SITUATION-PROBLEME</u> : une par mois ou deux par trimestre, a maxima. *<u>Exemples</u> : « la Bataille des Rectangles », introduction de la notion de « fractions », …*

<u>PROBLEME pour CHERCHER</u> : le problème de la semaine ou le problème du mois, le « défi », les « Rallyes », avec CORRECTION(S) et mises en forme. Indispensable. *<u>Exemples</u> : …*

Le « PROBLEME de la SEMAINE »
un nouveau dispositif de travail dans la classe

On conserve la catégorisation, même grossière et incomplète, mise en évidence dans les diapositives précédentes.

Explicitation des principes généraux, des modalités de travail, proposition de quelques exemples…

Mais avant, encore et toujours un petit tour AVANT !

Quelques extraits des *Instructions Générales* des textes officiels, datant de 1946 (*Ecole et Collège*).

L'idée, c'est de redonner une place à l'élève, en lui donnant la « *parole* », par « *passage aux méthodes actives* », « *dont la valeur n'est plus contestée* ». (!!!).

<u>Note de *PW* </u>: dans le langage et surtout dans le contexte de l'époque.

… « Une bonne part de l'activité des élèves doit être consacrée à l'étude et à la recherche de « problèmes », depuis le plus simple exercice d'application proposé pour illustrer un théorème, pour rendre vivante une formule, jusqu'au « devoir », exigeant un effort plus personnel, rédigé hors de la classe et donnant lieu ensuite à un compte rendu précis et détaillé »…

Rappel de ***PW*** : cet extrait date de 1946 ! On continue et on va retomber sur nos pattes.

… « une question étant à résoudre, on acceptera, dans les tâtonnements de la recherche, toute idée raisonnable ; on comparera les démarches possibles ; on montrera comment l'on fixe son choix ; on fera comprendre la nécessité d'une mise au point ; on guidera peu à peu vers une solution harmonieuse et satisfaisante, dont on fera apprécier la valeur »…

Grossièrement, on peut classer ces types de problèmes en deux catégories : les « problèmes pour apprendre » et les « problèmes pour chercher ». D'où :

AXIOME. Le « problème de la semaine » rentre dans la catégorie des « problèmes pour apprendre ».

Commentaires ***PW***

- Ce n'est pas une « situation-problème », au vrai sens didactique du mot. Cf. les activités « point de départ ».
- Ce n'est pas un « problème-défi » de fin de chapitre.
- Ce n'est pas un problème de « synthèse » de fin de séquence.
- Ce n'est pas non plus un « problème-rallye mathématique » (Kangourou, Rallye Mathématique du 28, idem du 38, Compétitions Inter-Classes, …). (…)

Mais on ne va pas se priver de puiser dans les banques ainsi existantes pour avoir des idées…

Il rentre donc dans le cadre usuel du fonctionnement banal et usuel de la classe.

Quelques questions. Dans quels dispositifs ? Avec quels accompagnements ? Quelles modalités d'évaluation ? Quels « retours » dans le quotidien ? …

C'est parti. On note PbS le « problème de la semaine ». Ce dispositif est inscrit dans le contrat de classe. Il rentre dans la programmation générale des apprentissages et il « colle » à la progression annuelle, par périodes, par mois, ou…

- Le lundi matin, l'énoncé du problème PbS est écrit au tableau. Il est « accompagné » dès qu'il est écrit et lu. *Objectif du maître* : réussir la dévolution de ce PbS.
- Un autre « accompagnement » est fait tout au long de la semaine. Une urne est présente dans la classe, elle a pour fonction de recevoir les productions des élèves tout au long de la semaine.
- Une « correction » du PbS en classe est alors proposée le vendredi aprem : traces écrites, règles ou techniques à retenir, principes de raisonnement à mettre en évidence, …

Quelques questions a priori

- Existe-t-il une « banque » dédiée à ce type de problèmes ? Non, à la connaissance de ***PW***, mais il existe d'autres banques périphériques à piller. La circonscription de CONTRES (41) propose une documentation très sérieuse sur ce dossier. Cf. diapositives précédentes et suivantes. *Internet, oui, mais !!!*
- Que faire des élèves qui ne veulent pas « jouer », indépendamment de leur statut dans la classe ? De fait, cela arrivera. Mais c'est sur le long terme que leur « récupération » se fera : on est bien dans le quotidien scolaire.
- Quid des évaluations usuelles. Position ferme de ***PW***. On ne doit pas hésiter à questionner et interroger les élèves sur ces problèmes. Dans des limites évidemment raisonnables !!!
- Quid des parents ? Justement, il s'agit d'un système didactique intermédiaire, interface entre la classe et hors de la classe. Le pbs a aussi vocation à sortir de la classe.
- D'autres questions : je suis tout « ouïe » !

Une friandise… Ce sera le problème du « jour » !
(Source : *Groupe de Production IUFM – IREM, Orléans-Tours*)

*Douze nombres entiers sont écrits en ligne. Le quatrième est **4** et le douzième est **12**.*

Dans cette liste, n'importe quelle somme de trois nombres placés « côte à côte à la file » est (~~toujours~~) égale à 2000. Quel est alors le huitième nombre de cette liste ?

			4				**?**				**12**

« Pistes » d'analyse

- Enjeux pédagogique et didactique…
- Compétences générales et « Savoirs Mathématiques »…
- Organisation et modalités de travail, exploitations et solutions. *Cf. diapositives suivantes.*

D'autres friandises : les PbS de la semaine de rentrée de ***MB***

Pbs 1. Niveau de classe : CM1. Le nombre-mystère
« Je suis un nombre entier naturel composé de cinq chiffres non nuls.

Mon chiffre des dizaines est le tiers de six. Mon chiffre des unités est le double de celui des centaines. Mon chiffre des dizaines de mille est la moitié de quatorze. Mon chiffre des unités est la somme du chiffre des dizaines de mille et de celui des dizaines ». Qui suis-je ?

Pbs 2. Niveau de classe : CM2. Le nombre mystère, bis
« Je suis un nombre décimal composé de cinq chiffres non nuls.

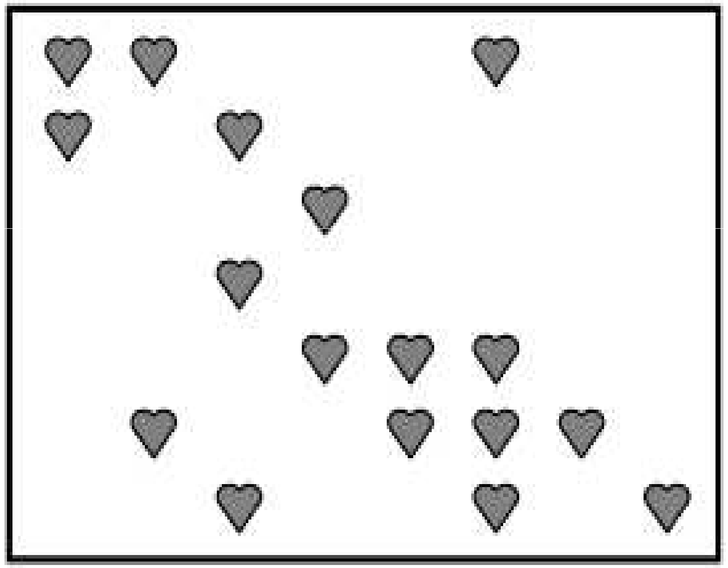
Mon chiffre des dixièmes est le tiers de six. Il y a un six dans mon écriture usuelle. Mon chiffre des unités est le double de celui des centièmes. Mon chiffre des centaines est la moitié de quatorze. Mon chiffre des dizaines est la somme du chiffre des centaines et de celui des dixièmes ». Qui suis-je ?

Et pour le cycle II. Oui, j'y pense !

La basse-cour. Il y a des poules et des lapins dans la basse-cour de Papy. J'ai compté ***n*** têtes et ***m*** pattes. Combien de poules et combien de lapins ? (Note de *PW* : bien choisir les valeurs de ***n*** et de ***m*** !). (*Ermel*).

À la St Valentin, Roméo a offert à Juliette des coeurs en chocolat, alignés très régulièrement dans leur boîte.
Le lendemain, la gourmande Juliette constate qu'elle en a déjà mangé plus de la moitié.
La figure montre les coeurs qui restent dans la boîte.

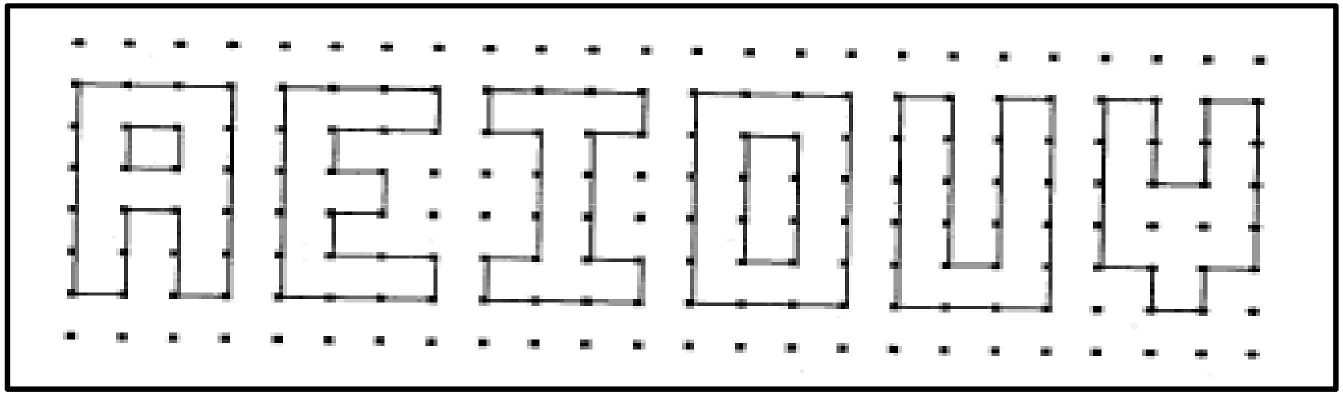
Combien de coeurs Juliette a-t-elle déjà mangés ?



De combien de façons peut-on répartir ***n*** boules identiques dans trois boîtes distinctes ***A***, ***B*** et ***C***, de sorte qu'aucune boîte ne soit vide ? (*Ermel*). Expliquer…

Friandises, *suite*
Quelques problèmes-supports à la mise en forme d'un PbS

- *__Un grand classique__*. Voici ci-après une « liste » de chiffres formant un nombre à quinze chiffres : 7 7 8 1 5 7 2 6 0 6 6 9 1 0 3. Il faut alors rayer neuf chiffres de ce « grand » nombre pour que le nombre formé avec les chiffres restants soit le plus grand possible.
- *__Les voyelles et les couleurs__*. __Source__ : revue Grand N, IREM Grenoble.



Dans le cadre ci-dessus, on a dessiné les voyelles de l'alphabet dans un réseau pointé. On pose alors deux questions.

(1) Si on veut les colorier, laquelle ou lesquelles useront le plus (*respectivement le moins*) un feutre ou un pinceau ? Pourquoi ?

(2) Si on veut les réécrire dans un même réseau, laquelle ou lesquelles useront le moins (*respectivement le plus*) un stylo ou un crayon de couleur ou … ? Pourquoi ?

Encore et toujours quelques belles FRIANDISES !

Un BEAU problème, un très, très BEAU problème ! D'après La Punta, à partir du CP jusqu'à … ?

On se donne un nombre entier désigné par la lettre ***N***. Il s'agit de déterminer parmi toutes les décompositions additives de ***N*** celle qui donne « ***le plus grand produit*** », si celle-ci existe.

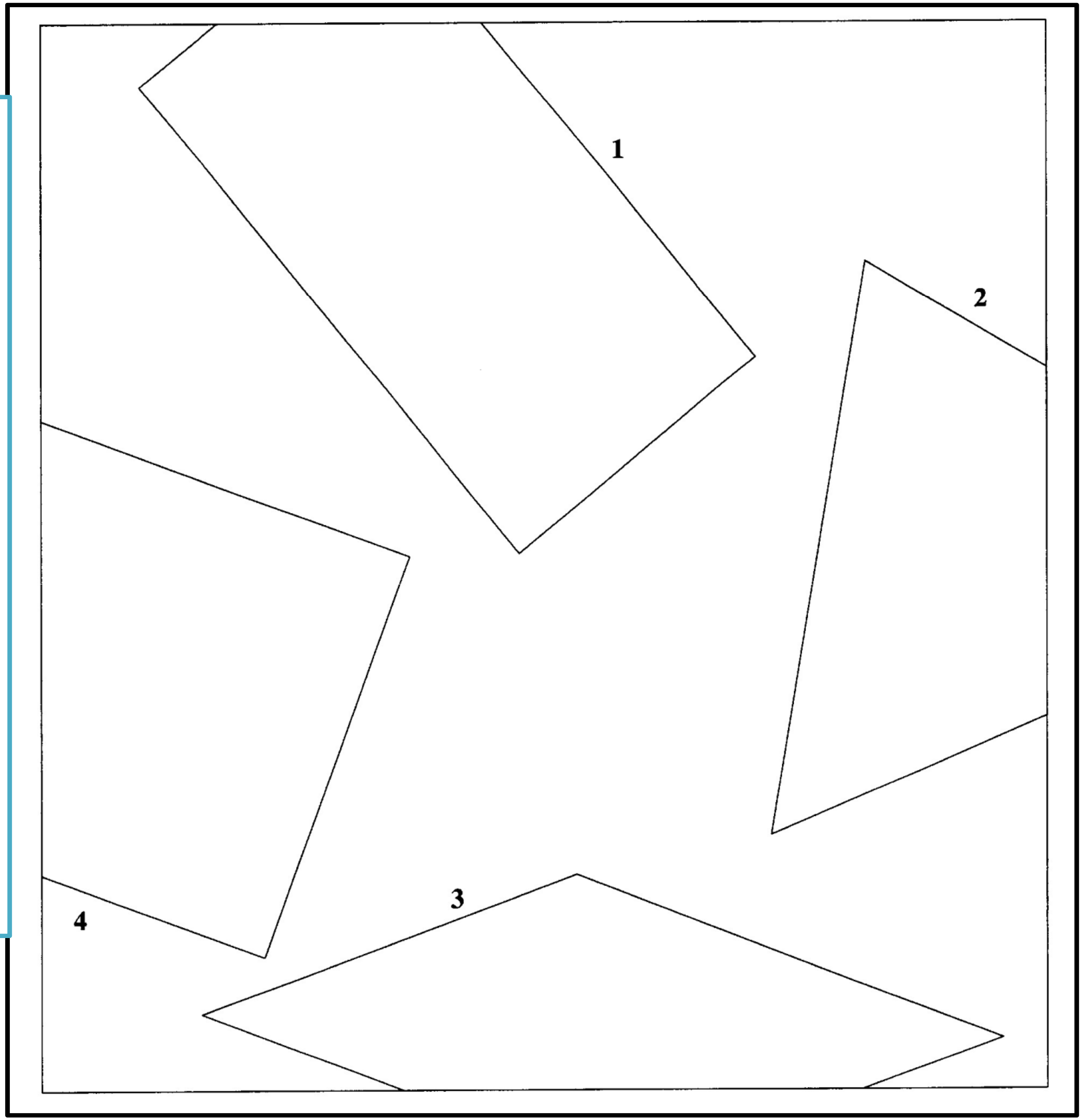
Autre formulation.

On peut noter $\boldsymbol{N = d_1 + d_2 + d_3 + \ldots + d_r}$ une telle décomposition où $\boldsymbol{d_i}$ désigne un nombre entier. On s'intéresse au produit $\mathbf{P} = \boldsymbol{d_1 \times d_2 \times d_3 \times \ldots \times d_r}$. Y a-t-il un produit maximal $\mathbf{P}_{\mathbf{max}}$ parmi tous les **P** ?

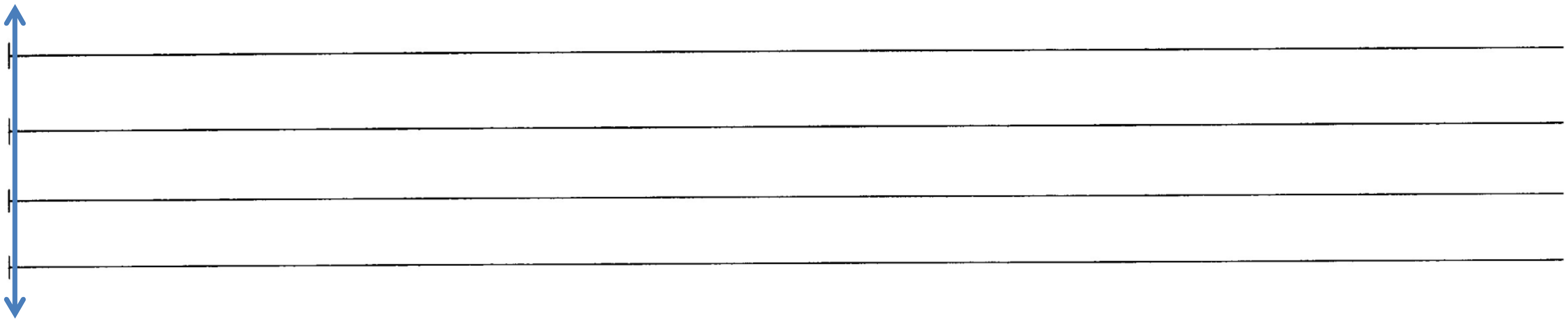
Exemple : donner quelques décompositions additives de 27 et proposer quelques produits et émettre une conjecture…

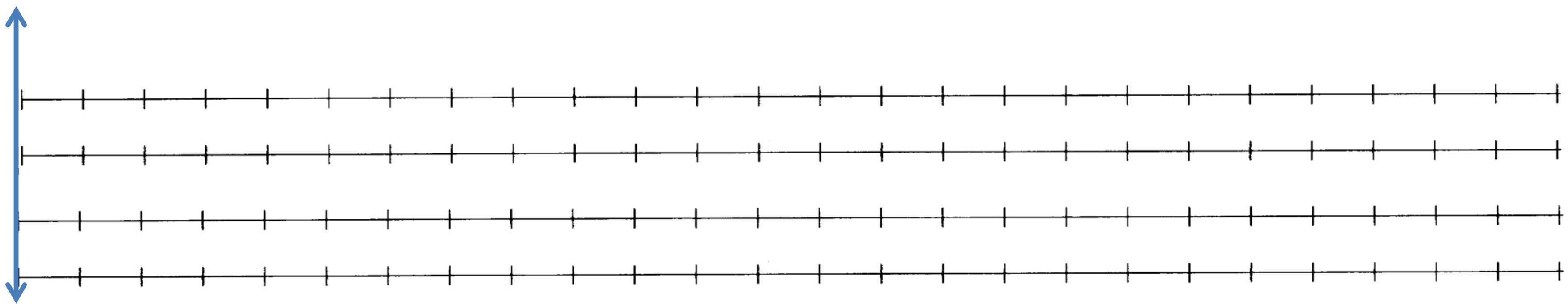
Quatre figures géométriques n’ont pas pu être « tracées » dans le cadre.

Il s’agit d’un carré (4), d’un rectangle (1), d’un triangle équilatéral (2) et enfin d’un parallélogramme(3).



Sans les mesurer, ranger les périmètres de ces quatre figures par ordre croissant. Utiliser les bandes ci-dessous. Contraintes sur le matériel ?





REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1) Ciblées sur la Maternelle (*Note de **PW** : il n'y a pas exhaustivité*).

- « Apprentissages numériques en GS de Maternelle », Hatier ERMEL.
- « Comment les enfants apprennent à calculer ? » ; Rémi BRISSIAUD, Retz.
- « Découvrir le monde avec les Mathématiques », situations pour la PS et la MS, situations pour la GS ; Dominique VALENTIN, Hatier. *Incontournable !*
- « Un rallye mathématique à l'école maternelle ? Oui, c'est possible ! » ; F. et F. EMPRIN, SCEREN, CRDP Champagne-Ardenne.
- « Des situations pour apprendre le nombre, cycle I et GS » ; NEY, RAJAN, VASLOT, SCEREN, CRDP Champagne-Ardenne.
- « Le NOMBRE à l'ECOLE MATERNELLE : *une approche didactique* » ; MARGOLINAS, WOZNIAK, De Boeck. *Excellent !*
- « Devenir élève par les apprentissages géométriques au cycle I » ; J.F. GRELIER, SCEREN, CRDP Midi-Pyrénées.
- Les publications plus récentes des éditions ACCES et des éditions HATIER.

2) Divers…

- « Problèmes additifs et soustractifs, CP et CE1 » ; Graff, Valzan et Wozniak ; SCEREN – CRDP Nord – Pas de Calais.
- ~~« La RESOLUTION de PROBLEMES » ; Sylvie GAMO, Bordas. *EPUISE !*~~
- ~~« La NUMERATION » ; BOILLEAUT et FENICHEL, Bordas, *EPUISE !*~~
- « MANIPULER et EXPERIMENTER en MATHEMATIQUES » ; Thierry DIAS, Magnard.
- « Les MATHEMATIQUES à l'ECOLE PRIMAIRE » ; deux tomes, De Boeck.
- ~~« Les PROBABILITES à l'ECOLE » ; GLAYMANN et VARGA, Sudel – Cedic. *EPUISE !*~~
- Les publications de la COPIRELEM : « CONCERTUM », brochure sur le calcul mental, les brochures ERMEL, …

- Sans oublier les sites *institutionnels*, les fichiers, accompagnés du livre du maître et quelques CD et DVD.

Et la CALCULATRICE et les TICE, ah, zut, j'ai oublié.
« Non, je ne peux pas oublier, je n'ai pas le temps »…
Il faudra donc que je revienne ?

MERCI !

patrick.wieruszewski@univ-orleans.fr