

TD2 : Récursivité

- (1) Soit L le langage des mots de $(ab^*)^*$ dans lesquels la suite des longueurs des plages de b consécutifs est croissante. C'est à dire que tout facteur $ab^k a$ est suivi par b^k . Le langage L est-il récursif? Récursivement énumérable?
- (2) La fonction $f : u_2 \# v_2 \mapsto w_2$ avec $w = u + v$ est-elle calculable?
- (3) Soit \mathcal{M} une MT totale qui reconnaît un langage L . Donner une MT qui reconnaît le langage \overline{L} .
- (4) Soit L un langage récursif, donner une MT qui calcule la fonction

$$f : \begin{cases} u \in L & \mapsto baba \\ u \notin L & \mapsto abab \end{cases}$$

- (5) Soit $f_1 : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ et $f_2 : \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_3^*$ deux fonctions partielles calculables. Montrer que $f_2 \circ f_1$ est partielle calculable.
- (6) Soit L un ensemble d'entiers représentés en binaire. On note $L_0 = \{u0 : u \in \{0, 1\}^*\} \cap L$ et $L_1 = \{u1 : u \in \{0, 1\}^*\} \cap L$. Quels cas sont possibles parmi les 8 possibilités de ce tableau?

		L_0 rec et L_1 rec		L_0 rec et $\overline{L_1}$ rec		$\overline{L_0}$ rec et L_1 rec		$\overline{L_0}$ rec et $\overline{L_1}$ rec
L rec								
\overline{L} rec								

- (7) Soit L un langage récursivement énumérable tel que $f : n \mapsto |\Sigma^n \cap L|$ est calculable. Montrer que L est récursif.

Soit $P = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ est premier}\}$ et $J = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ et } n + 2 \text{ sont premiers}\}$.

- (8) P et J sont-ils récursivement énumérables? Récursifs?
- (9) Le langage $P' = \{m \in \mathbb{N} : \exists n \in P, m \leq n\}$ est-il récursif?
- (10) Le langage $J' = \{m \in \mathbb{N} : \exists n \in J, m \leq n\}$ est-il récursif?